面向星地通信资源受限场景的星地协同加权定轨与预报方法

邓若凡，王昊宇，魏凤美，秦　琳，宁　铠
（中国星网网络创新研究院有限公司，北京 100029）

摘要：精密轨道确定是保障低轨卫星通信、导航与遥感等业务可靠运行的基础。在星地通信资源受限的条件下，传统依赖于地面处理全球导航卫星系统（GNSS）原始观测数据的定轨模式面临挑战。为此，提出一种星地协同的低轨卫星加权定轨与预报系统体系结构。在该体系结构下，卫星不再仅转发GNSS原始观测值，而是自主解算并下传轻量化的位置与速度坐标；地面系统则基于此结果进行高效定轨与预报，从而显著降低对星地通信带宽的需求。为提升定轨精度，进一步引入Helmert方差分量估计方法，对星上解算的异质位置与速度信息进行最优加权，充分利用其统计特性。试验结果表明，以3 h的位置与速度坐标为观测数据，1天与2天轨道预报的最大位置误差分别优于43 m与349 m，验证了所提方法在资源受限场景下的有效性。

关键词：星地协同；低轨卫星；轨道确定；轨道预报；加权估计
中图分类号：V556.3
文献标志码：A
doi：10.11959/j.issn.2096–8930.tdyt2026006

Space-ground collaborative weighted orbit determination and prediction method for resource-constrained space-ground communication scenarios

Deng Ruofan, Wang Haoyu, Wei Fengmei, Qin Lin, Ning Kai
China Satellite Network Innovation Co., Ltd., Beijing 100029, China

Abstract: Precise orbit determination is fundamental to ensuring the reliable operation of low Earth orbit satellite services such as communication, navigation, and remote sensing. Under resource-constrained space-ground communication conditions, traditional orbit determination methods that rely on ground-based processing of raw global navigation satellite system (GNSS) observations face significant challenges. To address this issue, a space-ground collaborative orbit determination low earth orbit satellite weight and prediction system architecture was proposed. Under this framework, satellites no longer merely forward raw GNSS observations but autonomously compute and transmit lightweight position and velocity coordinates. The ground system then performs efficient orbit determination and prediction based on these results, substantially reducing the demand for space-ground communication bandwidth. To enhance orbit determination accuracy, the Helmert variance component estimation method was further introduced to optimally weight the heterogeneous position and velocity information computed onboard, fully utilizing their statistical characteristics. Experimental results demonstrate that using 3-hour position and velocity coordinates as observation data, the maximum position errors for 1-day and 2-day orbit predictions are better than 43 meters and 349 meters, respectively, validating the effectiveness of the proposed method in resource-constrained scenarios.

Key words: satellite-terrestrial cooperation, low earth orbit satellite, orbit determination, orbit prediction, weighted estimation

0　引言

低地球轨道（low earth orbit, LEO）卫星是空天信息网络的重要组成部分，其通信、导航增强与对地遥感等应用的有效开展，均依赖于高精度的轨道确定与预报结果[1-2]。目前，由地面运控系统主导的精密轨道确定与预

收稿日期：2026–05–27；修回日期：2026–08–12

报体系被广泛采用，主要包括两类典型技术架构，其适用性取决于地面测控站的布设范围与数据下行链路的传输能力。

第一类架构为基于全球导航卫星系统（global navigation satellite system, GNSS）原始观测值的动力学滤波定轨系统。地面中心通过处理持续数小时至数十小时（通常为24 h）的GNSS伪距与载波相位等原始观测数据进行高精度轨道预报[3]。然而，在区域布站或测控数据传输速率受限的应用场景中，地面系统通常难以持续接收海量的原始观测数据，致使上述方法无法实施。为应对此挑战，第二类星地协同的架构应运而生。该架构将部分计算任务前置至星上：卫星利用星载边缘计算模块，基于GNSS广播星历、广播钟差与原始观测数据实时单点定位，生成离散的位置坐标序列并下传至地面；地面系统则基于接收到的位置坐标，采用简化力学模型进行轨道拟合与外推[4]。这种方法通过星地协同计算，显著减轻了下行数据传输负担，解决了特定场景下的定轨可行性问题。

第二种架构缓解了数据传输压力，但仅利用卫星下传的位置坐标这一单源信息，未能充分融合星上可同步生成的速度坐标，导致时空观测维度单一，限制了定轨精度的提升。针对上述局限，本文提出一种基于星地协同的低轨卫星加权定轨和预报方法，本文的主要贡献如下。

1) 构建高效的星地协同处理架构：卫星利用边缘计算模块同步生成并下传位置与速度坐标序列，而非GNSS原始观测数据，从根本上降低了数据传输负担；地面系统则以此双源坐标序列为观测量进行定轨与预报。

2) 建立双源观测融合模型：地面运控系统定轨与预报联合利用位置与速度坐标两类观测信息，通过多源信息互补提升定轨精度。

3) 优化异质观测数据定权策略：基于赫尔默特（Helmert）方差分量估计（Helmert variance component estimation, HVCE）理论，自适应地优化位置与速度两类异质观测量的权比，使其更符合实际统计特性。该策略有效抑制了因观测质量不一致所引起的估计偏差，提升了轨道及力学模型参数的估计精度，进而增强了轨道预报的准确性。

1　基于星地协同的低轨卫星加权定轨和预报系统体系结构与数学模型

1.1　体系结构

本节提出一种基于星地协同的低轨卫星加权定轨和预报系统体系结构，该体系结构示意如图1所示。LEO卫星作为星载边缘节点，通过搭载的GNSS定轨进行实时位置和速度解算，并存储多历元计算结果（如：t_0、t_n到t_N对应的位置和速度坐标$\boldsymbol{Y}_0$、$\boldsymbol{Y}_n$到$\boldsymbol{Y}_N$）。当LEO卫星经过地面信关站时，信关站利用星地通信链路接收多历元位置和速度坐标，并将所接收的卫星轨道信息传输给运控中心，运控中心根据多历元位置和速度坐标对卫星定轨，再将定轨结果作为初值进行轨道预报，获取t_N之后的卫星轨道（如：t_{N+1}、t_{N+2}时刻对应的位置坐标、速度坐标和大气阻力系数$\boldsymbol{X}_{N+1}$、$\boldsymbol{X}_{N+2}$）。运控中心的数据处理流程如图2所示。

基于星地协同的低轨卫星加权定轨和预报系统体系结构的特点在于：首先，通过将卫星作为边缘节点，利用卫星平台固有的GNSS接收机处理伪距、载波相位等观测数据，直接获取轨道位置与速度参数。该方案不需要额外设备，充分发挥卫星在轨平台既有GNSS接收机的效能，降低系统硬件复杂度。其次，采用多历元轨道状态参数替代传统GNSS原始观测数据传输，在保证轨道监控功能的同时，降低数据规模。由于轨道参数本身就是星务管理系统的基础传输要素，因此不会产生额外带宽消耗，从而提升数据传输效率。

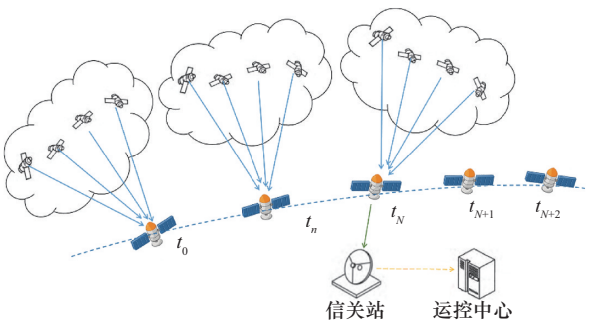


图1　基于星地协同的低轨卫星加权定轨和预报系统体系结构示意

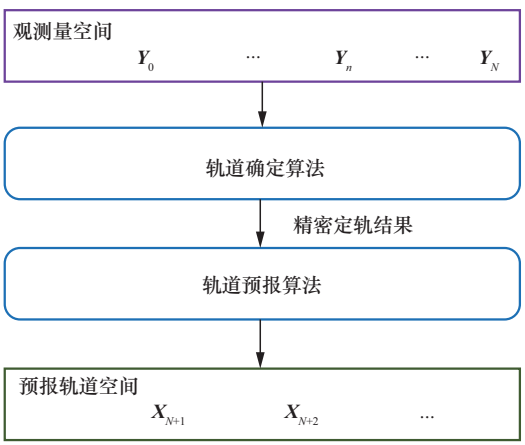


图2　运控中心的数据处理流程

1.2　数学模型

精密定轨的目标是利用观测量 $\boldsymbol{Y}$ 估计指定时刻 t_{e} 的状态量 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}$[5]，其中，下标 e 表示估计，精密定轨模型 $\boldsymbol{h}^{\mathrm{OD}}(\cdot)$ 描述了二者的关系。

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{h}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)+\boldsymbol{v} \tag{1}$$

其中，观测量 $\boldsymbol{Y}$ 代表用于精密定轨的所有位置坐标和速度坐标，状态量 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}$ 由 t_{e} 时刻的低轨卫星轨道 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{LEO}}$ 和大气阻力系数 $C_{\mathrm{d,e}}$ 组成，$\boldsymbol{v}$ 是相应的观测噪声，$\boldsymbol{h}^{\mathrm{OD}}(\cdot)$ 表示 $\boldsymbol{Y}$ 和 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}$ 的关系。$\boldsymbol{Y}$ 是用于精密定轨的所有位置坐标观测量 $\boldsymbol{R}^{\mathrm{LEO}}$ 和所有速度坐标观测量 $\boldsymbol{V}^{\mathrm{LEO}}$ 组成的向量。

$$\boldsymbol{Y}=\left[\left(\boldsymbol{R}^{\mathrm{LEO}}\right)^{\mathrm{T}},\left(\boldsymbol{V}^{\mathrm{LEO}}\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

精密定轨模型由式(3)和式(4)决定。

$$\boldsymbol{R}^{\mathrm{LEO}}=\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)+\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{V}^{\mathrm{LEO}}=\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)+\boldsymbol{v}_{\mathrm{V}} \tag{4}$$

其中，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 和 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{V}}$ 分别代表所有位置坐标观测量的观测噪声和所有速度坐标观测量的观测噪声，$\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}(\cdot)$ 和 $\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}(\cdot)$ 分别代表所有位置坐标观测量和状态量的关系及所有速度坐标观测量和状态量的关系，由动力学模型和数值积分方法决定[6]。

函数 $\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}(\cdot)$ 的具体形式由式(5)给出。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}^{\mathrm{LEO}}&=\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)+\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\\&=\left[\left(\boldsymbol{R}_0^{\mathrm{LEO}}\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\boldsymbol{R}_n^{\mathrm{LEO}}\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\boldsymbol{R}_N^{\mathrm{LEO}}\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}\\&=\left[\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}\left(\boldsymbol{X}_0^{\mathrm{OD}}\right)\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}\left(\boldsymbol{X}_n^{\mathrm{OD}}\right)\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\right.\\&\quad\left.\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{OD}}\right)\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\\&=\left[\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}\left(\boldsymbol{f}_{0|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)\right)\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}\left(\boldsymbol{f}_{n|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)\right)\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\right.\\&\quad\left.\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}\left(\boldsymbol{f}_{\mathrm{N}|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)\right)\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\end{aligned} \tag{5}$$

其中，$\boldsymbol{R}_0^{\mathrm{LEO}},\boldsymbol{R}_n^{\mathrm{LEO}},\boldsymbol{R}_N^{\mathrm{LEO}}$ 分别代表 t_0,t_n,t_N 时刻的低轨卫星三维位置坐标，$\boldsymbol{X}_0^{\mathrm{OD}},\boldsymbol{X}_n^{\mathrm{OD}},\boldsymbol{X}_N^{\mathrm{OD}}$ 分别代表 t_0,t_n,t_N 时刻的轨道确定系统的状态矢量，$\boldsymbol{f}_{0|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}(\cdot)\boldsymbol{f}_{0|n}^{\mathrm{OD}}(\cdot)\boldsymbol{f}_{0|N}^{\mathrm{OD}}(\cdot)$ 分别代表 $\boldsymbol{X}_0^{\mathrm{OD}},\boldsymbol{X}_n^{\mathrm{OD}},\boldsymbol{X}_N^{\mathrm{OD}}$ 和 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}$ 的关系。

类似地，根据式(6)可得函数 $\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}(\cdot)$。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}^{\mathrm{LEO}}&=\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)+\boldsymbol{v}_{\mathrm{V}}\\&=\left[\left(\boldsymbol{V}_0^{\mathrm{LEO}}\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\boldsymbol{V}_n^{\mathrm{LEO}}\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\boldsymbol{V}_N^{\mathrm{LEO}}\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}\\&=\left[\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}\left(\boldsymbol{X}_0^{\mathrm{OD}}\right)\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}\left(\boldsymbol{X}_n^{\mathrm{OD}}\right)\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\right.\\&\quad\left.\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{OD}}\right)\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\\&=\left[\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}\left(\boldsymbol{f}_{0|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)\right)\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}\left(\boldsymbol{f}_{n|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)\right)\right)^{\mathrm{T}},\cdots,\right.\\&\quad\left.\left(\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}\left(\boldsymbol{f}_{N|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)\right)\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}\end{aligned} \tag{6}$$

其中，$\boldsymbol{V}_0^{\mathrm{LEO}},\boldsymbol{V}_n^{\mathrm{LEO}},\boldsymbol{V}_N^{\mathrm{LEO}}$ 分别代表 t_0,t_n,t_N 时刻的低轨卫星三维速度坐标。

利用泰勒展开对式(1)在真实状态 $\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)^{*}$ 处线性化，可得线性化后的模型为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}&=\boldsymbol{h}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)-\boldsymbol{h}^{\mathrm{OD}}\left(\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)^{*}\right)+\boldsymbol{v}\\&=\boldsymbol{H}^{\mathrm{OD}}\boldsymbol{x}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}+\boldsymbol{v}\end{aligned} \tag{7}$$

其中，$\boldsymbol{y}$ 是观测误差，$\boldsymbol{H}^{\mathrm{OD}}$ 是观测矩阵，$\boldsymbol{x}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}$ 是状态误差，即 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}=\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}-\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)^{*}$。

2　基于星地协同的低轨卫星加权定轨和预报方法

当观测噪声服从零均值独立高斯分布时，基于 Helmert 方差分量估计获取的状态是最佳线性无偏的[7]。利用 Helmert 方差分量估计对位置坐标和速度坐标观测量加权的精密定轨算法步骤如下：根据 Helmert 方差分量估计和初始状态估计量确定位置坐标和速度坐标的单位权方差，进而得到权值矩阵，并根据加权最小二乘法更新状态估计值以获取优化后的状态估计值，再重复上述操作获得更准确的单位权方差和状态估计值，当位置坐标和速度坐标的单位权方差近似相同时停止迭代。轨道预报以定轨结果作为初值，采用与定轨所用力模型和数值积分一致的方法外推，得到预报时刻的卫星轨道。基于星地协同的低轨卫星加权定轨和预报方法流程包括以下 7 步。

（1）初始化

记迭代次数为 i，初始 $i=0$。初始状态量为 t_{e} 时刻的状态量 $\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},i}^{\mathrm{OD}}$。用 $\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{R},i}$ 和 $\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{V},i}$ 分别代表第 i 次迭代的位置坐标和速度坐标对应的权矩阵估计值。

在为初始状态量赋值时，$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{LEO}}$ 为位置坐标和速度坐标观测值，$\hat{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{d,e},i}$ 取 2.2。设置初始权矩阵 $\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{R},i}$ 和 $\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{V},i}$ 为单位阵。

（2）残差和观测矩阵计算

利用t_0到t_N时刻的位置坐标和速度坐标组成的观测量$\boldsymbol{Y}$，计算第i次迭代对应的残差$\boldsymbol{y}_i=\tilde{\boldsymbol{Y}}-\boldsymbol{h}\left(\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},i}^{\mathrm{OD}}\right)$和观测矩阵$\boldsymbol{H}_i=\partial\boldsymbol{h}/\partial\hat{\boldsymbol{X}}_{0,i}^{\mathrm{OD}}$。

（3）单位权方差更新

利用残差估计第i次迭代归一化之后的位置坐标和速度坐标观测方差$\hat{\sigma}_{\mathrm{R},i}^2$和$\hat{\sigma}_{\mathrm{V},i}^2$，单位权方差$\hat{\sigma}_{\mathrm{R},i}^2$和$\hat{\sigma}_{\mathrm{V},i}^2$的估计式为[8]：

$$\hat{\sigma}_{\mathrm{R},i}^2=\frac{\boldsymbol{y}_{\mathrm{R},i}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{R},i}\boldsymbol{y}_{\mathrm{R},i}}{K_{\mathrm{R}}-m_{\mathrm{R}}} \tag{8}$$

$$\hat{\sigma}_{\mathrm{V},i}^2=\frac{\boldsymbol{y}_{\mathrm{V},i}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{V},i}\boldsymbol{y}_{\mathrm{V},i}}{K_{\mathrm{V}}-m_{\mathrm{V}}} \tag{9}$$

其中，$\boldsymbol{y}_{\mathrm{R},i}$和$\boldsymbol{y}_{\mathrm{V},i}$分别代表第$i$次迭代的位置坐标和速度坐标残差，$K_{\mathrm{R}}$和$K_{\mathrm{V}}$是位置坐标和速度坐标的观测历元数目，$m_{\mathrm{R}}$和$m_{\mathrm{V}}$是位置坐标定轨和速度坐标定轨对应的状态量的维数。定轨采用多历元坐标定轨，多历元位置坐标和速度坐标与t_{e}时刻的低轨卫星轨道$\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{LEO}}$和大气阻力系数$C_{\mathrm{d,e}}$有关，$m_{\mathrm{R}}$和$m_{\mathrm{V}}$均等于7。

（4）权矩阵更新

利用残差信息计算权矩阵$\hat{\boldsymbol{P}}_{i+1}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{R},i+1},\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0},\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{V},i+1}\end{bmatrix}$，其中，$\boldsymbol{0}$代表元素为0组成的矩阵，依照式(10)和式(11)更新$\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{R},i+1}$和$\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{V},i+1}$。

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{R},i+1}=\frac{\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{R},i}}{\hat{\sigma}_{\mathrm{R},i}^2} \tag{10}$$

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{V},i+1}=\frac{\hat{\boldsymbol{P}}_{\mathrm{V},i}}{\hat{\sigma}_{\mathrm{V},i}^2} \tag{11}$$

（5）状态估计值更新

定轨状态估计值$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},i+1}^{\mathrm{OD}}$更新方法为：

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},i+1}^{\mathrm{OD}}=\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},i}^{\mathrm{OD}}+\left(\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{P}}_{i+1}\boldsymbol{H}_i\right)^{-1}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{P}}_{i+1}\boldsymbol{y}_i \tag{12}$$

（6）继续迭代或输出定轨结果

如果迭代次数为1，则继续迭代；否则，需要判断算法是否收敛。若滤波器收敛，则输出定轨结果$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},l}^{\mathrm{OD}}$，其中，下标$l$表示滤波器收敛所需的迭代次数；否则，继续迭代。

算法的收敛判定条件为：

$$\left\|\hat{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{e},i+1}^{\mathrm{LEO}}-\hat{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{e},i}^{\mathrm{LEO}}\right\|<\varepsilon \tag{13}$$

其中，$\hat{\boldsymbol{R}}_{0,i+1}^{\mathrm{LEO}}$和$\hat{\boldsymbol{R}}_{0,i}^{\mathrm{LEO}}$分别表示第$i+1$和第$i$次迭代的位置估计值，$\varepsilon$是预设阈值，$\left\|\hat{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{e},i+1}^{\mathrm{LEO}}-\hat{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{e},i}^{\mathrm{LEO}}\right\|$是连续两次迭代的估计位置之差均方根。

（7）轨道预报

以滤波器收敛后得到的t_{e}时刻的定轨结果$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},l}^{\mathrm{OD}}$为初值进行轨道外推，获取$t_N$之后的预报轨道$\boldsymbol{X}_m=\boldsymbol{f}_{m|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\left(\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},l}^{\mathrm{OD}}\right),m\geqslant N+1$，$\boldsymbol{f}_{m|\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}$代表从$\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{e},l}^{\mathrm{OD}}$到$\boldsymbol{X}_m$的对应关系。

3　试验与讨论

为了验证所提方法的有效性，利用实测数据进行低轨卫星定轨和预报试验，并以星上GNSS接收机定位结果为参考轨道进行定轨和预报精度评估。本文采用NORAD编号为63429的卫星从2025年7月27日01:33:30到2025年7月27日04:33:20（UTC）的515个历元数据定轨，再以定轨结果为初值进行2天轨道预报。

统计不同算法定轨与预报的位置和速度权重、大气阻力系数估计值，以及1天/ 2天预报的位置误差均方根误差（RMS）与最大值，不同算法定轨和预报的统计结果如表1所示。不同算法的定轨位置残差、速度残差分别如图3~图4所示，2天预报位置误差及速度误差曲线如图5~图6所示。

表 1　不同算法定轨和预报的统计结果

统计量	单源位置定轨和预报	双源加权定轨和预报
位置和速度权重	10	1:216 60
大气阻力系数估计值	3.744	3.593
定轨位置残差RMS	5.040 9 m	5.551 7 m
定轨速度残差RMS	0.041 0 m/s	0.040 7 m/s
预报1天位置误差RMS	130 m	14 m
预报1天位置误差最大值	200 m	43 m
预报2天位置误差RMS	637 m	195 m
预报2天位置误差最大值	1 050 m	349 m

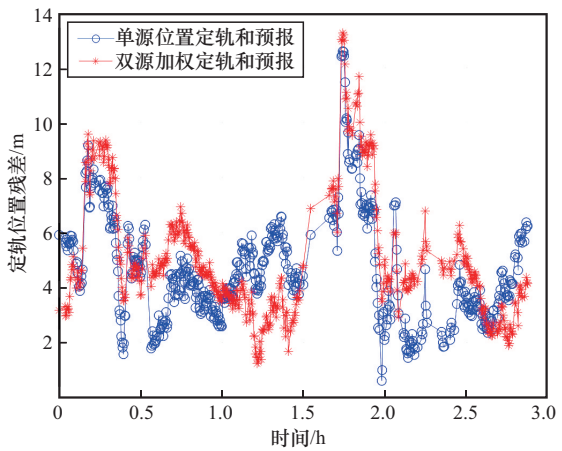


图 3　不同算法的定轨位置残差

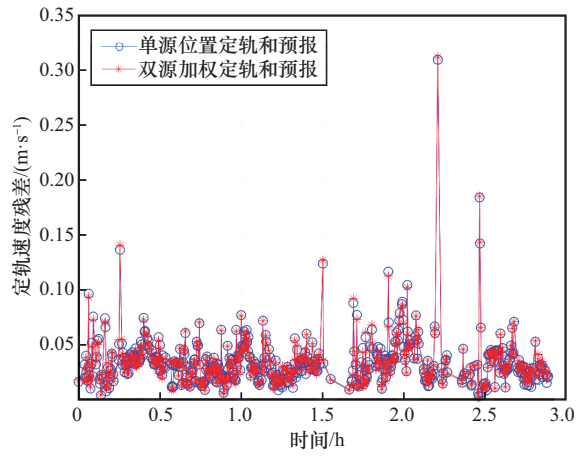


图 4　不同算法的定轨速度残差

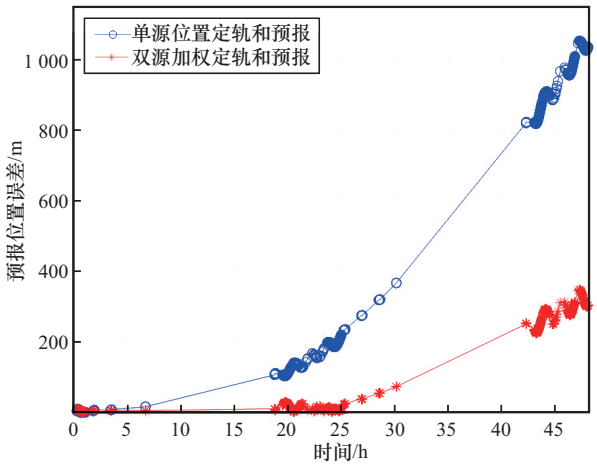


图 5　基于不同算法的定轨结果预报 2 天位置误差

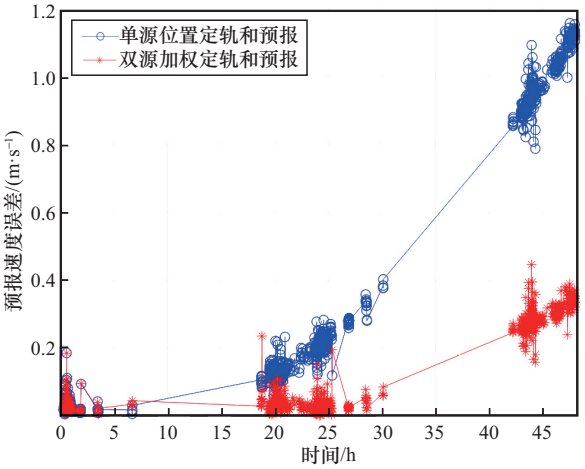


图 6　基于不同算法的定轨结果预报 2 天速度误差

由表 1、图 3 和图 4 可以看出，两种算法的定轨位置残差和速度残差的区别不大，主要差异是大气阻力系数估计值和辐射压系数估计值。由表 1、图 5 和图 6 可以看出，基于双源加权定轨算法外推得到的预报轨道误差明显更小。这是由于该方法在定轨过程中充分考虑了位置与速度观测值在噪声统计特性上的差异，通过异质观测值加权处理，更有效地利用了速度信息所蕴含的动力学特征，从而使力学模型参数在观测弧段内拟合更为准确，最终提升了轨道预报的精度。

克拉美罗下界（Cramér-Rao lower bound, CRLB）是无偏估计量误差方差的理论下界，常用于评估估计方法的精度。基于 CRLB 对单源位置定轨与双源加权定轨两种方法的性能进行理论分析，并依据随机变量通过线性系统的误差传播规律，进一步比较二者在轨道预报阶段的精度。

记单源仅位置定轨的观测模型为 $\boldsymbol{R}^{\mathrm{LEO}}=\boldsymbol{h}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)+\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$，其中 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{R}}$ 是零均值协方差矩阵为 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{LEO}}$ 的高斯噪声。其 Fisher 信息矩阵为：

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}=\left(\boldsymbol{H}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{LEO}}\right)^{-1}\boldsymbol{H}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}} \tag{14}$$

其中，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}$ 是单源仅位置定轨的观测矩阵。

双源加权定轨同时采用位置与速度观测，速度观测模型为 $\boldsymbol{V}^{\mathrm{LEO}}=\boldsymbol{h}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{OD}}\right)+\boldsymbol{v}_{\mathrm{V}}$，其中 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{V}}$ 是零均值协方差矩阵为 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{LEO}}$ 的高斯噪声，且与位置观测噪声独立。双源观测的 Fisher 信息矩阵为:

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{dual}}^{\mathrm{OD}}=\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}+\boldsymbol{I}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}} \tag{15}$$

其中，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{LEO}}=\left(\boldsymbol{H}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{LEO}}\right)^{-1}\boldsymbol{H}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}$，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}$ 是单源仅速度定轨的观测矩阵。

由于 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{LEO}}$ 正定且 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}$ 列满秩，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{LEO}}$ 为正定矩阵，因此：

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{dual}}^{\mathrm{OD}}-\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}=\boldsymbol{I}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{OD}}>\boldsymbol{0} \tag{16}$$

即：

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{dual}}^{\mathrm{OD}}>\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}} \tag{17}$$

其中，符号>的含义如下：对于两个对称矩阵 $\boldsymbol{P}$ 与 $\boldsymbol{Q}$，记 $\boldsymbol{P}>\boldsymbol{Q}$ 表示 $\boldsymbol{P}-\boldsymbol{Q}$ 为正定矩阵；$\boldsymbol{P}<\boldsymbol{Q}$ 等价于 $\boldsymbol{Q}>\boldsymbol{P}$。

克拉美罗下界为 Fisher 信息矩阵的逆[9]，由矩阵逆的单调性：若 $\boldsymbol{A}>\boldsymbol{B}>0$，则 $\boldsymbol{A}^{-1}<\boldsymbol{B}^{-1}$。因此：

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{dual}}^{\mathrm{OD}}=\left(\boldsymbol{I}_{\mathrm{dual}}^{\mathrm{OD}}\right)^{-1}<\left(\boldsymbol{I}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}\right)^{-1}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}} \tag{18}$$

其中，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{dual}}^{\mathrm{OD}}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}$ 分别表示双源定轨的克拉美罗下界和单源仅位置定轨的克拉美罗下界。

由 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{dual}}^{\mathrm{OD}}<\boldsymbol{C}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}$ 可知：

$$\left[\boldsymbol{C}_{\mathrm{dual}}^{\mathrm{OD}}\right]_{ii}<\left[\boldsymbol{C}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{OD}}\right]_{ii},\forall i \tag{19}$$

其中，$[\cdot]_{ii}$代表取该矩阵的第 i 个对角线元素。

双源定轨的每个状态分量（三维位置、三维速度和大气阻力系数）的估计方差下界均小于单源方法。

将定轨结果作为初值进行轨道预报，从t_e到$t>t_e$的状态转移矩阵为$\boldsymbol{\Phi}(t,t_e)$。预报时刻t状态误差协方差的下界由线性变换得到[10]：

$$\boldsymbol{C}^{\mathrm{OP}}(t)=\boldsymbol{\Phi}(t,t_e)\boldsymbol{C}^{\mathrm{OD}}\boldsymbol{\Phi}(t,t_e)^{\mathrm{T}} \tag{20}$$

其中，$\boldsymbol{C}^{\mathrm{OD}}$是定轨克拉美罗下界。

由于$\boldsymbol{\Phi}(t,t_e)$可逆，因此线性变换保持正定序关系。由$\boldsymbol{C}^{\mathrm{OD}}_{\mathrm{dual}}<\boldsymbol{C}^{\mathrm{OD}}_{\mathrm{R}}$，可得：

$$\boldsymbol{C}^{\mathrm{OP}}_{\mathrm{dual}}<\boldsymbol{C}^{\mathrm{OP}}_{\mathrm{R}},\forall t>t_e \tag{21}$$

其中，$\boldsymbol{C}^{\mathrm{OP}}_{\mathrm{dual}}$是双源定轨克拉美罗的预报误差协方差矩阵下界，$\boldsymbol{C}^{\mathrm{OP}}_{\mathrm{R}}$是单源仅位置定轨克拉美罗的预报误差协方差矩阵下界。

同样地，该矩阵不等式蕴含对角线元素不等式。

$$\left[\boldsymbol{C}^{\mathrm{OP}}_{\mathrm{dual}}\right]_{jj}<\left[\boldsymbol{C}^{\mathrm{OP}}_{\mathrm{R}}\right]_{jj},\forall j \tag{22}$$

其中，$[\cdot]_{jj}$代表取该矩阵的第 j 个对角线元素。

因此，在任意预报时刻，双源方法的位置误差和速度误差的方差下界在每个方向上都低于单源位置定轨方法。

由于式(22)没有解析解，难以定量推导双源比单源定轨和预报的优势。为了定性说明，将本文涉及的试验参数代入式(22)，计算基于不同数据源定轨和预报的位置与速度误差的标准差下界，从而得到预报位置和速度的误差标准差下界随时间的变化曲线，如图7与图8所示。

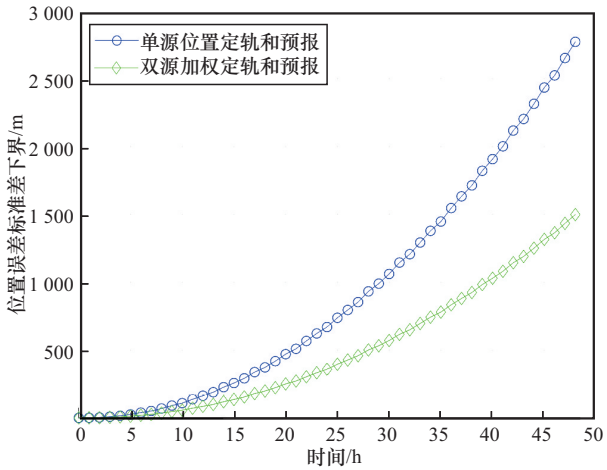


图 7　不同方法的预报位置误差标准差下界随时间的变化曲线

从图7与图8可知，与单源位置定轨和预报相比，双源加权定轨和预报的位置和速度误差标准差下界均更小，表明其理论精度更高，该结论与实测数据结果一致。

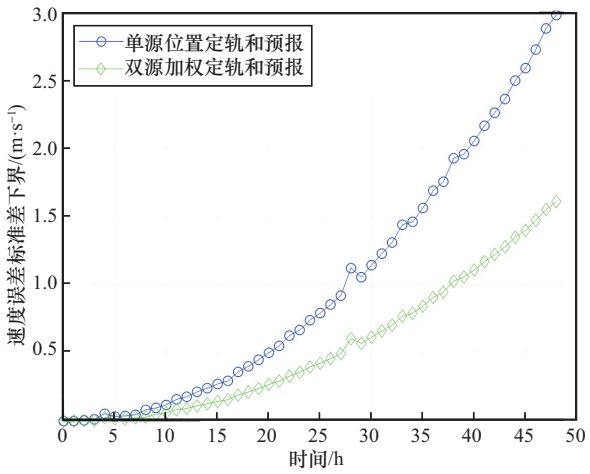


图 8　不同方法的预报速度误差标准差下界随时间的变化曲线

4　结束语

本文针对低轨卫星在通信资源受限场景下的轨道确定与预报问题，提出了一套基于星地协同的低轨卫星加权定轨和预报方法。该方法通过在地面处理卫星边缘节点解算的位置与速度信息，实现了在有限通信条件下的高效轨道计算。针对观测值异质性引起的统计特性不一致问题，采用Helmert方差分量估计对两类观测进行自适应加权，该算法不依赖于先验噪声信息，并在观测噪声符合零均值独立高斯分布时具有最佳线性无偏性。实际数据验证表明，仅使用3 h观测数据即可实现较高精度的长期轨道预报，1天和2天预报的位置误差分别优于43 m与349 m。本文方法适用于星地链路建立、星间激光/微波建链初始对准、轨道控制及空间态势感知等多个领域，具备良好的工程应用前景。

参考文献

[1] 吴政城, 倪少杰, 刘文祥, 等. 基于遗传算法选星的高中低轨导航混合星座完好性监测技术[J]. 天地一体化信息网络, 2023, 4(4): 61-70.
Wu Z C, Ni S J, Liu W X, et al. Integrity monitoring technology of mixed constellation of high, medium and low orbit navigation based on genetic algorithm star selection[J]. Space-Integrated-Ground Information Networks, 2023, 4(4): 61-70.

[2] Wang Q, Chen X M, Qi Q, et al. Integration of navigation and remote sensing in LEO satellite constellations[J]. IEEE Transactions on Communications, 2026, 74: 581-597.

[3] Wang K, Liu J W, Su H, et al. Real-time LEO satellite orbits based on batch least-squares orbit determination with short-term orbit prediction[J]. Remote Sensing, 2023, 15(1): 133.

[4] 郭睿, 胡小工, 黄勇, 等. 基于星历拟合的短弧运动学定轨[J]. 宇

航学报, 2010, 31(2): 416-422.
Guo R, Hu X G, Huang Y, et al. Short-arc kinematic orbit determination based on ephemeris fitting[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(2): 416-422.
[5] Schutz B, Tapley B, Born G H. Statistical orbit determination[M]. San Diego: Academic Press, 2004.
[6] Montenbruck O, Gill E. Satellite orbits: models, methods and applications[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012.
[7] Teunissen P J G, Amiri-Simkooei A R. Least-squares variance component estimation[J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(2): 65-82.
[8] 刘国林. 近代测量平差理论与方法[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2012.
Liu G L. Modern theories and methods of surveying adjustment[M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2012.
[9] Kay S M. 统计信号处理基础: 估计与检测理论(卷Ⅰ、卷Ⅱ合集)[M]. 罗鹏飞, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2014.
Kay S M. Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory and detection theory (volume I and volume II combined) [M]. Luo Pengfei, et al., trans. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014.
[10] 李恒年. 卫星机动轨道确定[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
Li H N. Satellite maneuver orbit determination[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013.

[作者简介]



邓若凡（1996– ）女，博士，中国星网网络创新研究院有限公司工程师，主要研究方向为轨道动力学、低轨卫星定轨技术。



王昊宇（1996– ），男，中国星网网络创新研究院有限公司工程师，主要研究方向为轨道动力学与控制、低轨卫星定轨技术。



魏凤美（1990– ）女，中国星网网络创新研究院有限公司工程师，主要研究方向为飞行器总体设计。



秦琳（1999– ），女，中国星网网络创新研究院有限公司助理工程师，主要研究方向为星座轨道确定与预报、轨道控制。



宁铠（1995– ），男，博士，中国星网网络创新研究院有限公司工程师，主要研究方向为航天姿态动力学与轨道动力学。